**تمارين في الإحتمالات مع الحل المفصل وبصيغة وورد**

**5 تمارين مرفقة بالحل المفصل مخصصة للشعب العلمية بكالوريا**

**حصري على موقعنا التعليمي : Learndz.com**

**رابطه :** [**https://www.learndz.com**](https://www.learndz.com)

**عند التحميل من الموقع الملف متوفر : pdf + word**

**التمرين الأول : نعتبر 10 قريصات مرقمة منها ستة مرقمة بالرقم 0 و أربعة مرقمة بالرقم 1**

* **ماهو عدد الطرق لسحب ثلاث قريصات على التوالي وبدون إرجاع بحيث :**
1. $A$ **: كل القريصات مرقمة بالرقم 0 .**
2. $B$ **: قريصتان مرقمتان بالرقم 0 .**
3. $C$ **: قريصة واحدة مرقمة بالرقم 0 .**
4. $D$ **: كل القريصات مرقمة بالرقم 1 .**
5. $E$ **: كل القريصات مرقمة بنفس الرقم .**
6. $F$ **: قريصتان مرقمتان بنفس الرقم .**

**حل التمرين الأول :**  رسم توضيحي للتجربة :

**سحب 3 قريصات على التوالي وبدون ارجاع**

1. $A$ **: كل القريصات مرقمة بالرقم 0 :**

**أي :**

$$A=A\_{n}^{p}=A\_{6}^{3}=6×5×4=120$$

1. $B$ **: قريصتان مرقمتان بالرقم 0 :**

**أي : أن القريصة الثالثة مرقمة بالرقم 1 .**

**بما أن السحب يتضمن كريات مختلفة في الرقم سنستعمل معامل الترتيب :**

**حساب معامل الترتيب : أي عدد الكرات المسحوبة عاملي تقسيم عدد الكرات المتشابهة عاملي**

$k=\frac{3!}{2!1!}=\frac{3×2!}{2!}=3$

$$B=3×A\_{6}^{2}×A\_{4}^{1}=3×(6×5×4)=360$$

1. $C$ **: قريصة واحدة مرقمة بالرقم 0 : أي القريصتين المتبقيتين مرقمتين بالرقم 1**

$k=\frac{3!}{2!1!}=\frac{3×2!}{2!}=3$

$$B=3×A\_{4}^{2}×A\_{6}^{1}=3×\left(4×3×6\right)=216$$

1. $D$ **: كل القريصات مرقمة بالرقم 1 : السحب ليس به ارقام مختلفة أي لايوجد معامل ترتيب .**

$$D=A\_{n}^{p}=A\_{4}^{3}=4×3×2=24$$

1. $E$ **: كل القريصات مرقمة بنفس الرقم : أي 3 قريصات مرقمة ل 0 أو 3 قريصات مرقمة ب 1**

$E=A\_{4}^{3}+A\_{6}^{3}=\left(4×3×2\right)+\left(6×5×4\right)=24+120=144$

1. $F $ **: قريصتان مرقمتان بنفس الرقم : أي : سحب قريصتين مرقمتين ب 0 و واحدة ب 1 أو سحب قريصتين مرقمتين ب 1 و واحدة ب 0 .**

$$k=\frac{3!}{2!1!}=\frac{3×2!}{2!}=3$$

$$F=3×A\_{6}^{2}×A\_{4}^{1}+3×A\_{4}^{2}×A\_{6}^{1}=3\left(6×5×4\right)+3\left(4×3×6\right)=3\left(120+72\right)=3\left(192\right)=576$$

**التمرين الثاني :**

 **في لجنة أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم أربعة أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات .**

1. **ماهو عدد اللجان الممكن تشكيلها ؟**
2. **ماهو عدد اللجان الممكن تشكيلها في الظروف التالية :**

**أ - الأعضاء الأربعة باحثات .**

**ب – من بين الأعضاء توجد باحثة فقط .**

**ج - من بين الأعضاء توجد على الأقل باحثة .**

**د - على الأكثر باحثان من بين الأعضاء المختارين .**

1. **ماهو عدد اللجان الممكن تشكيلها إذا كانت هذه اللجنة تضم رئيسا و نائبا له و كاتبين ؟**
2. **نفس السؤال السابق علما أن الرئيس رجل و النائب امرأة ؟**

**حل التمرين الثاني :**

**في حالة تحديد المهام نستعمل الترتيبة**

$$A\_{n}^{p}$$

$1<p<n$

**لجنة تضم أعضاء**

**في حالة عدم تحديد المهام نستعمل التوفيقة**

$$C\_{n}^{p}$$

$0<p<n$

**ملاحظة :**

1. **عدد اللجان الممكن تشكيلها : أي لم يتم تحديد المهام نستعمل التوفيقة :** $C\_{n}^{p}=\frac{A\_{n}^{p}}{p!}$

$$C\_{10}^{4}=\frac{A\_{10}^{4}}{4!}=\frac{10×9×8×7}{4×3×2×1}=10×3×7=210$$

1. **عدد اللجان الممكن تشكيلها في الظروف التالية :**

**أ - الأعضاء الأربعة باحثات :**

$C\_{4}^{4}=1 $

**ب- من بين الأعضاء توجد باحثة فقط :**

$C\_{4}^{1}×C\_{6}^{3}=4×\frac{A\_{6}^{3}}{3!}=4×\frac{6×5×4}{3×2×1}=80$

**ج - من بين الأعضاء توجد على الأقل باحثة :**

$$C\_{4}^{1}×C\_{6}^{3}+C\_{4}^{2}×C\_{6}^{2}+C\_{4}^{3}×C\_{6}^{1}+C\_{4}^{4}×C\_{6}^{0}=80+\frac{A\_{4}^{2}}{2!}×\frac{A\_{6}^{2}}{2!}+\frac{A\_{4}^{3}}{3!}×6+1=80+90+24+1=195$$

**د - على الأكثر باحثان من بين الأعضاء المختارين :**

$$C\_{4}^{2}×C\_{6}^{2}+C\_{4}^{3}×C\_{6}^{1}+C\_{4}^{4}×C\_{6}^{0}=90+24+1=115 $$

1. **عدد اللجان الممكن تشكيلها إذا كانت هذه اللجنة تضم رئيسا و نائبا له و كاتبين :**

**في هذه الحالة تم تحديد المهام أي نستعمل الترتيبة**

$$A\_{n}^{p}=A\_{10}^{4}=10×9×8×7=5040 $$

1. **نفس السؤال السابق علما أن الرئيس رجل و النائب امرأة :**

$$A\_{6}^{1}×A\_{4}^{1}×A\_{8}^{2}=6×4×\left(8×7\right)=1344 $$

**لأن : الرئيس رجل هو 1 شخص من 6 باحثين و النائب هو 1 شخص من 4 باحثات و يبقى الكاتبين من :** $10-\left(1 رئيس+1نائبة\right)=8 $

**التمرين الثالث : يحتوي كيس على 3 كرات خضراء و 5 كرات حمراء و** $n$ **كرة زرقاء حيث** $(n\geq 2)$

**نسحب كرتين وفي آن واحد .**

1. **ماهو عدد الإمكانيات لسحب كريتان من نفس اللون ؟**
2. **ماهو عدد الإمكانيات لسحب كريتان مختلفتان في اللون ؟**
3. **ماهو عدد الطرق لسحب على الأقل كرية واحدة زرقاء**
4. **عين العدد** $n$ **بحيث يكون عدد الإمكانيات لسحب كريتان زرقا وتان هو 6 .**

**سحب كريتين**

**حل التمرين الثالث :**

 **كرة زرقاء** $ n $

**عدد الإمكانيات لسحب كريتان من نفس اللون :**

$$C\_{3}^{2}+C\_{5}^{2}+C\_{n}^{2}=\frac{A\_{3}^{2}}{2!}+\frac{A\_{5}^{2}}{2!}+\frac{A\_{n}^{2}}{2!}=\frac{3×2}{2}+\frac{5×4}{2}+\frac{n\left(n-1\right)}{2}=3+10+\frac{n\left(n-1\right)}{2}$$

 $=13+\frac{n\left(n-1\right)}{2}$

**عدد الإمكانيات لسحب كريتان مختلفتان في اللون :**

$$C\_{3}^{1}×C\_{5}^{1}+C\_{3}^{1}×C\_{n}^{1}+C\_{5}^{1}×C\_{n}^{1}=5×3+3×n+5×n=15+8n$$

**عدد الطرق لسحب على الأقل كرية واحدة زرقاء :**

$$C\_{n}^{1}×C\_{8}^{1}+C\_{n}^{2}=n×8+\frac{A\_{n}^{2}}{2!}=8n+\frac{n\left(n-1\right)}{2}$$

**تعيين العدد** $n$ **بحيث يكون عدد الإمكانيات لسحب كريتان زرقا وتان هو 6 :**

$C\_{n}^{2}=6$

$\frac{A\_{n}^{2}}{2!}=6$

$\frac{n\left(n-1\right)}{2}=6$

 $n^{2}-n-12=0$

حساب المميز : $∆=1-4\left(1\right)\left(-12\right)= 49 $

 $n\_{1}=\frac{1+7}{2}=4$ أو $n\_{1}=\frac{1-7}{2}=-3 مرفوض$

 ومنه : $n=4$

**التمرين الرابع : يحتوي كيس على 12 كرة منها 3 زرقاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 و أربع كرات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 2 و خمس كرات خضراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3** **نسحب ثلاث كرات في آن واحد** .

1. **نعتبر الحوادث التالية :**

$ " A $**سحب ثلاث كرات من نفس اللون** $"$**.**

$ " B $**سحب ثلاث كرات من ألوان مختلفة** $" $ **.**

$ " C $**سحب ثلاث كرات من لونين مختلفين** $" $ **.**

$ " D $**سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم** $ "$**.**

$ " E $**سحب ثلاث كرات تحمل ارقام مختلفة** $" $ **.**

$ " F $**سحب ثلاث كرات تحمل رقمين مختلفين** $"$**.**

$ " J $**كرية على الأقل خضراء** $"$

$ " H $ **كرية على الأكثر خضراء** $"$

$ " I $**ثلاث كرات مجموع أرقامها 6** $"$

$ " G $**ثلاث كرات مجموع أرقامها 7** $"$

* **أحسب الإحتمالات التالية :** $P\left(A\right)$ **،** $P\left(B\right)$ **،** $P\left(C\right)$ **،**$ P\left(D\right)$**،**$ P\left(E\right)$**،**$ P\left(F\right)$**،**$ P\left(G\right)$**،**$ P\left(H\right)$**،**

$P\left(I\right)$ **،** $P\left(J\right)$ **،** $P\left(A∩D\right)$ **،** $P\left(A∪D\right)$ **،** $P\left(B∩D\right)$ **،** $P\left(A∩G\right)$ **،** $P\left(A∩H\right)$ **،** $ P\left(A∩D∩I\right) $

1. **نعتبر المتغير العشوائي** $X$ **الذي يرفق بكل عملية سحب الأرقام الزوجية المحصل عليها**

**أ – عين قيم** $X$ **الممكنة ثم أعط قانون الإحتمال له .**

**ب – عين أمله الرياضي ثم التباين والانحراف المعياري .**

**حل التمرين الرابع :**

**مجموعة الإمكانيات هي :** $Ω=C\_{12}^{3}=\frac{A\_{12}^{3}}{3!}=\frac{12×11×10}{3×2×1}=220$

**حساب احتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون :**

$$P\left(A\right)=\frac{C\_{3}^{3}+C\_{4}^{3}+C\_{5}^{3}}{Ω}=\frac{1+4+10}{220}=\frac{15}{220}=\frac{3}{44}$$

**حساب إحتمال سحب ثلاث كرات من ألوان مختلفة :**

$$P\left(B\right)=\frac{C\_{3}^{1} C\_{4}^{1}C\_{5}^{1}}{Ω}=\frac{3×4×5}{220}=\frac{60}{220}=\frac{3}{11}$$

**حساب إحتمال سحب ثلاث كرات من لونين مختلفين :**

$$P\left(C\right)=\frac{C\_{3}^{2} C\_{9}^{1}+C\_{4}^{2} C\_{8}^{1}+C\_{5}^{2} C\_{7}^{1}}{220}=\frac{29}{44}$$

**حساب إحتمال سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم** $ $**:**

$$P\left(D\right)=\frac{C\_{6}^{3}+C\_{5}^{3}}{220}=\frac{3}{22}$$

**حساب إحتمال سحب ثلاث كرات تحمل ارقام مختلفة:**

$$P\left(E\right)=\frac{C\_{5}^{1} C\_{6}^{1}C\_{1}^{1}}{Ω}=\frac{5×6×1}{220}=\frac{30}{220}=\frac{3}{22}$$

**حساب إحتمال سحب ثلاث كرات تحمل رقمين مختلفين :**

$$P\left(F\right)=\frac{C\_{5}^{2} C\_{7}^{1}+C\_{6}^{2} C\_{6}^{1}}{220}=\frac{8}{11}$$

**حساب إحتمال سحب كرية على الأقل خضراء :**

$$P\left(J\right)=\frac{C\_{5}^{1} C\_{7}^{2}+C\_{5}^{2} C\_{7}^{1}+C\_{5}^{3} C\_{7}^{0}}{220}=\frac{37}{44}$$

**حساب إحتمال سحب كرية على الأكثر خضراء :**

$$P\left(H\right)=\frac{C\_{5}^{1} C\_{7}^{2}+C\_{5}^{0} C\_{7}^{3}}{220}=\frac{7}{11}$$

**حساب إحتمال سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها 6 :**

$$1+2+3=6$$

$$2+2+2=6$$

$$P\left(I\right)=\frac{C\_{5}^{1} C\_{6}^{1} C\_{1}^{1}+ C\_{6}^{3}}{220}=\frac{5}{22}$$

**حساب إحتمال سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها 7 :**

$$2+2+3=7$$

$$P\left(G\right)=\frac{ C\_{6}^{2} C\_{1}^{1}}{220}=\frac{3}{44}$$

**حساب إحتمال:**

$$P\left(A∩D\right)=\frac{ C\_{3}^{3}}{220}=\frac{1}{220}$$

**حساب إحتمال:**

$$P\left(A∪D\right)=P\left(A\right)+P(D)-P\left(A∩D\right)=\frac{1}{5}$$

**حساب إحتمال:**

$$P\left(B∩D\right)==\frac{C\_{2}^{1} C\_{2}^{1} C\_{1}^{1}+ C\_{1}^{1} C\_{2}^{1} C\_{3}^{1}}{220}=\frac{1}{22}$$

**حساب إحتمال:**

$$P\left(A∩G\right)=\frac{ C\_{5}^{3}}{220}=\frac{1}{22}$$

**حساب إحتمال:**

$$P\left(A∩H\right)=\frac{ C\_{3}^{3}+C\_{4}^{3}}{220}=\frac{1+4}{220}=\frac{5}{220}$$

**حساب إحتمال:**

$$P\left(A∩D∩I\right)=\frac{ C\_{3}^{3}}{220}=\frac{1}{220}$$

**2- تعيين قيم** $X$ **:** $ X=\left\{0,1,2,3 \right\} $

**قانون الاحتمال :**

$$P\left(x=0\right)=\frac{ C\_{6}^{0}C\_{6}^{3}}{220}=\frac{1}{11}$$

$$P\left(x=1\right)=\frac{ C\_{6}^{1}C\_{6}^{2}}{220}=\frac{9}{22}$$

$$P\left(x=2\right)=\frac{ C\_{6}^{2}C\_{6}^{1}}{220}=\frac{1+4}{220}=\frac{9}{22}$$

$$P\left(x=3\right)=\frac{ C\_{6}^{3}C\_{6}^{0}}{220}=\frac{1}{11}$$

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **3** | **2** | **1** | **0** | $$x\_{i}$$ |
| $$\frac{1}{11}$$ | $$\frac{9}{22}$$ | $$\frac{9}{22}$$ | $$\frac{1}{11}$$ | $$p\_{i}$$ |

**الامل الرياضي :** $E\left(x\right)=\frac{3}{2}=1.5 $

**التباين هو :** $v\left(x\right)=$ **حساب مباشر**

**الانحراف المعياري :** $σ= \sqrt{v(x)}=$

**التمرين الخامس :**

 **مسابقة إمتحان شفهي تنظم بحيث يسحب المترشح عشوائيا 3 مواضيع من مجموعة تشمل 80 موضوع ويجب على المترشح أن يجيب على موضوع على الأقل من بين المواضيع الثلاثة المسحوبة .**

1. **ماهو عدد الطرق لسحب المترشح ثلاثة مواضيع عشوائيا .**
2. **يتقدم مترشح لهذا الإمتحان و لم يدرس سوى 50 موضوع من بين الـــ 80 ما إحتمال أن :**

$A$$"$ **يجيب المترشح على المواضيع الثلاثة** $"$

$B$$"$ **يجيب المترشح على المواضيع الثلاثة** $"$

$C$$"$ **يجيب المترشح على المواضيع الثلاثة** $"$

$D$$"$ **يجيب المترشح على المواضيع الثلاثة** $"$

1. **ماهو عدد المواضيع التي يجب أن يدرسها المترشح لكي يكون إحتمال سحبه لموضوع درسه على الأقل يتجاوز** $0,99$ **.**

**حل التمرين الخامس :**

1. **عدد الطرق لسحب المترشح ثلاثة مواضيع عشوائيا :**

 $C\_{80}^{3}=\frac{80!}{3!\left(80-3\right)!}=82160$

1. **حساب احتمال كل حادثة :**

$A$$"$ **يجيب المترشح على المواضيع الثلاثة** $"$

$$P\left(A\right)=\frac{ الملائمة الحالات }{ الممكنة الحالات }=\frac{C\_{50}^{3} }{C\_{80}^{3} }=\frac{19600}{82160}=0.24$$

$B$$"$ **يجيب المترشح على المواضيع الثلاثة** $"$

$$P\left(B\right)=\frac{ الملائمة الحالات }{ الممكنة الحالات }=\frac{C\_{50}^{2}×C\_{30}^{1} }{C\_{80}^{3} }=\frac{36750}{82160}=0.45$$

$C$$"$ **يجيب المترشح على المواضيع الثلاثة** $"$

$$P\left(C\right)=\frac{ الملائمة الحالات }{ الممكنة الحالات }=\frac{C\_{50}^{1}×C\_{30}^{2} }{C\_{80}^{3} }=\frac{21750}{82160}=0.26$$

$D$$"$ **يجيب المترشح على المواضيع الثلاثة** $"$

$$P\left(D\right)=\frac{ الملائمة الحالات }{ الممكنة الحالات }=\frac{C\_{30}^{3} }{C\_{80}^{3} }=0.05$$

1. **عدد المواضيع التي يجب أن يدرسها المترشح لكي يكون إحتمال سحبه لموضوع درسه على الأقل يتجاوز** $0,99$ **:**

**نسمي** $x$ **عدد المواضيع التي يجب أن يدرسها و نحل المتراجحة :** $1-\frac{C\_{80-x}^{3} }{C\_{80}^{3} }\geq 0.99 $ **أي :**

$\frac{C\_{80-x}^{3} }{C\_{80}^{3} }\geq 0.01$ **أي :** $C\_{80-x}^{3}\geq 821,6$ **ونجد :** $\left(80-x\right)\left(79-x\right)\left(78-x\right)>4929$

***من أجل*** $x=61$ ***نجد :***

$\left(80-61\right)\left(79-61\right)\left(78-61\right)=5814$

***من أجل*** $x=62$ ***نجد :***

$\left(80-62\right)\left(79-62\right)\left(78-62\right)=4896$

***من أجل*** $x=63$ ***نجد :***

$\left(80-63\right)\left(79-63\right)\left(78-63\right)=4080$

***فقيمة*** $x$ ***هي 62 ونقول أنه على المترشح أن يدرس على الأقل 62 موضوع لكي يكون احتمال سحبه لموضوع درسه على الأقل يتجاوز*** $0,99$

**حقوق النشر : يمكنك نشر المحتوى في أي موقع أو منتدى او مكان اخر لكن لاتحذف المصدر الذي هو موقعنا : Learndz.com**

**أي النشر مع ذكر المصدر و بارك الله فيكم .**

**رابطه :** [**https://www.learndz.com**](https://www.learndz.com)